

SEMINARIO SOBRE GEOTECNIA FERROVIARIA



Velocidad crítica de líneas de ferrocarril

Inés Crespo-Chacón



MINISTERIO
DE TRANSPORTES, MOVILIDAD
Y AGENDA URBANA

VICEPRESIDENCIA
TERCERA DEL GOBIERNO

MINISTERIO
PARA LA TRANSICIÓN ECOLÓGICA
Y EL RETO DEMOGRÁFICO

CEDEX
CENTRO DE ESTUDIOS
Y EXPERIMENTACIÓN
DE OBRAS PÚBLICAS



ÍNDICE

1. **INTRODUCCIÓN AL FENÓMENO DE VELOCIDAD CRÍTICA**
 - 1.1. Interés
 - 1.2. Conceptos fundamentales
 - 1.3. Interpretación física
 - 1.4. Implicaciones
2. **MÉTODO DE CÁLCULO DE LA VELOCIDAD CRÍTICA**
 - 2.1. Fundamentos teóricos
 - 2.2. Procedimiento de cálculo
 - 2.3. Obtención de los parámetros mediante métodos geofísicos
 - 2.4. Validación del procedimiento: Caso de Ledsgard
3. **APLICACIONES DEL MÉTODO DE CÁLCULO DE LA VELOCIDAD CRÍTICA**
 - 3.1. Velocidad crítica de una sección típica de alta velocidad europea
 - 3.2. Influencia de la altura del terraplén en la velocidad crítica
 - 3.3. Influencia del espesor de una capa blanda en la velocidad crítica
4. **OTRAS CONSIDERACIONES**
5. **RESUMEN Y CONCLUSIONES**



CEDEX

Laboratorio de
Geotecnia



GOBIERNO
DE ESPAÑA

MINISTERIO
DE TRANSPORTES
Y MOVILIDAD SOSTENIBLE

VICEPRESIDENCIA
TERCERA DEL GOBIERNO

CEDEX



GOBIERNO
DE ESPAÑA

MINISTERIO
DE TRANSPORTES
Y MOVILIDAD SOSTENIBLE

VICEPRESIDENCIA
TERCERA DEL GOBIERNO

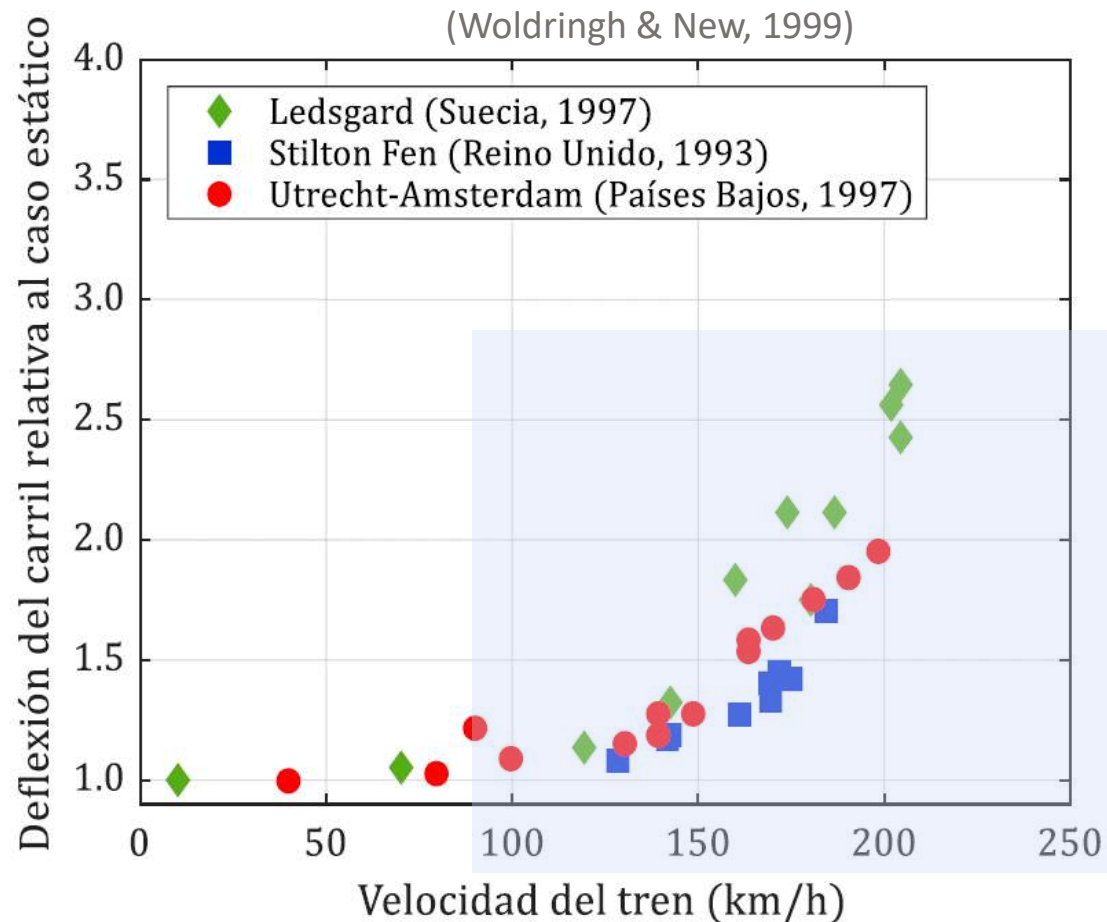
CEDEX

COMITÉ DE ASesorIA
Y EXPERIMENTACIÓN
DE OBRAS PÚBLICAS

1. INTRODUCCIÓN AL FENÓMENO DE VELOCIDAD CRÍTICA

1.1. INTERÉS

MEDIDAS REALES EN VÍAS CON SUELOS BLANDOS



VELOCIDAD CRÍTICA: Velocidad de circulación del tren a la cual el **asentamiento vertical de la infraestructura tendería a infinito en ausencia de amortiguamiento**

	Velocidad crítica
◆ Ledsgard	235 km/h
■ Stilton Fen	224 km/h
● Utrecht-Amsterdam	210 km/h

La **amplificación dinámica** comienza a una **velocidad muy inferior a la crítica**

El fenómeno de velocidad crítica **puede producirse en cualquier línea de ferrocarril** (convencional o de alta velocidad)

1. INTRODUCCIÓN AL FENÓMENO DE VELOCIDAD CRÍTICA

1.2. CONCEPTOS FUNDAMENTALES

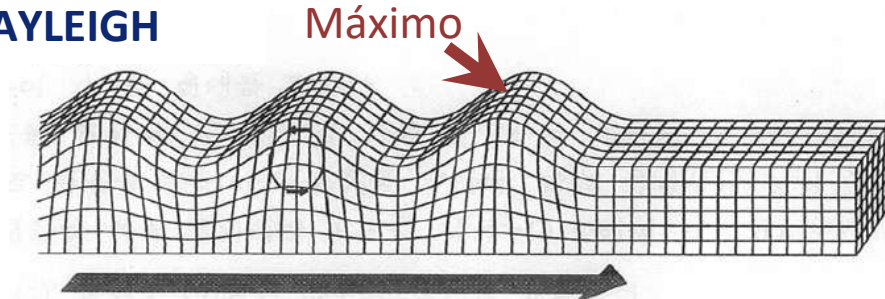
Efecto de una carga, al desplazarse por la vía:

Produce **movimientos** en el terreno

Transmite **energía** al terreno

Los movimientos y la energía se propagan por el terreno en forma de **ondas superficiales**

ONDAS RAYLEIGH



Dirección de propagación (transversal a la de oscilación)

Velocidades características de las ondas:

VELOCIDAD DE FASE

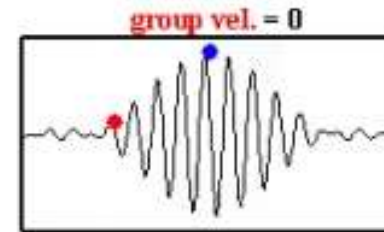
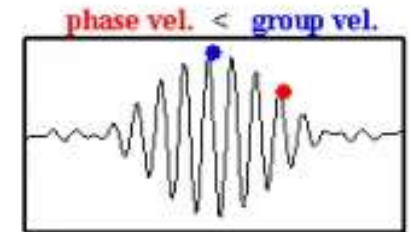
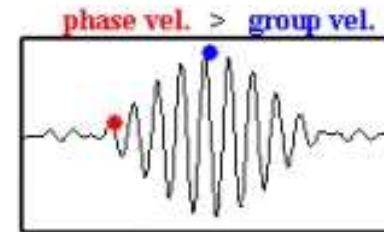
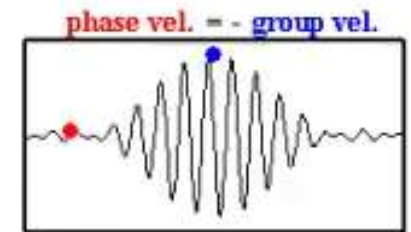
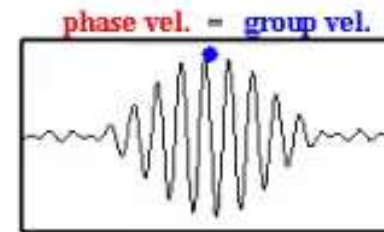
(con la que se propaga el máximo de la onda)

$$v_f = \frac{\omega}{k}$$

VELOCIDAD DE GRUPO

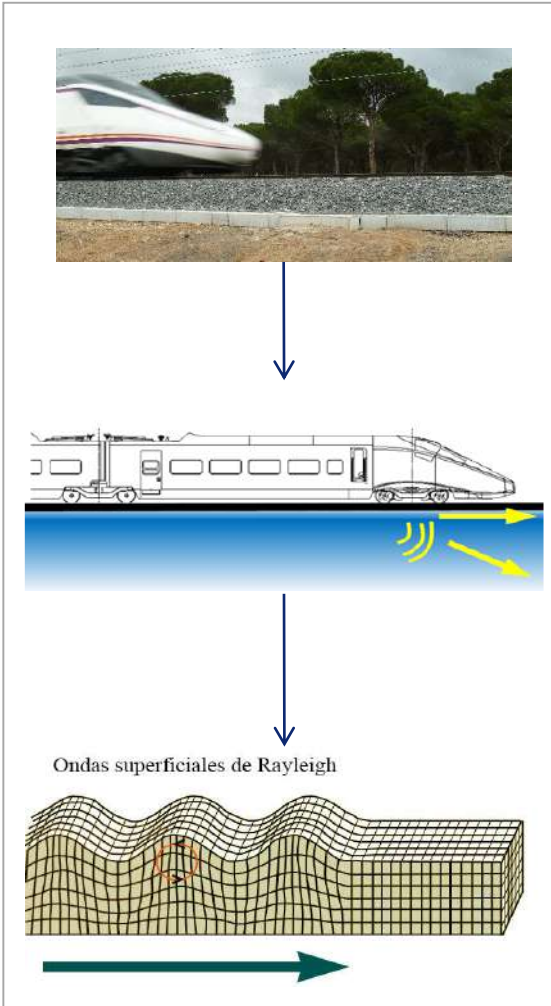
(con la que se propaga la energía)

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$



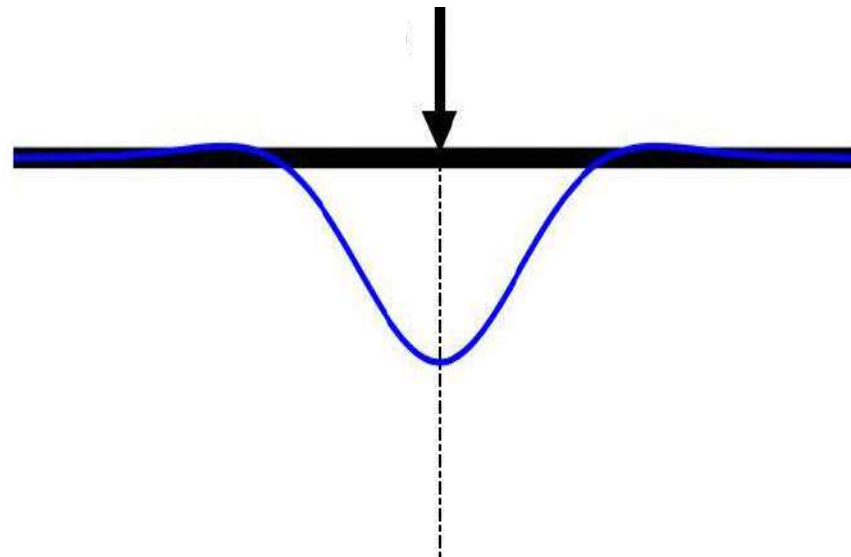
1. INTRODUCCIÓN AL FENÓMENO DE VELOCIDAD CRÍTICA

1.3. INTERPRETACIÓN FÍSICA



CASO B: $V_{\text{TREN}} = V_{\text{CRÍTICA}}$

La **onda superficial**, al propagarse, **no puede adelantarse** a la rueda del tren; de modo que **el efecto del peso** (transmitido por la rueda) **amplifica la onda**



$$V_{\text{CRÍTICA}} = V_{\text{FASE DE LA ONDA SUPERFICIAL}}$$

Si el tren alcanzase la **velocidad crítica**, su velocidad no sólo igualaría **la velocidad de fase** (propagación del máximo de las ondas), sino también **la velocidad de grupo** (transmisión de la energía)

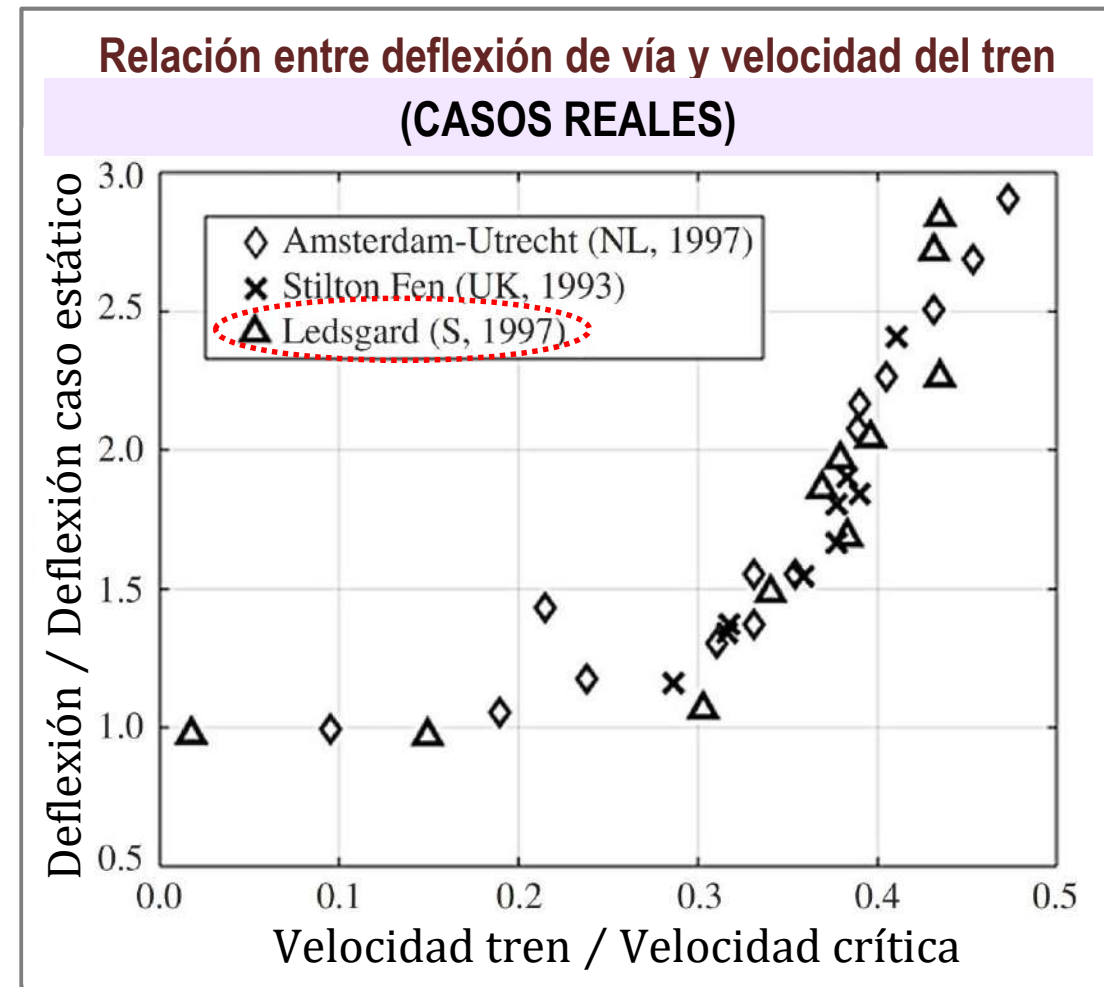
1. INTRODUCCIÓN AL FENÓMENO DE VELOCIDAD CRÍTICA

1.4. IMPLICACIONES

AMPLIFICACIÓN DINÁMICA

Importantes desplazamientos verticales
en los componentes de la vía y el terreno
conforme la velocidad del tren aumenta

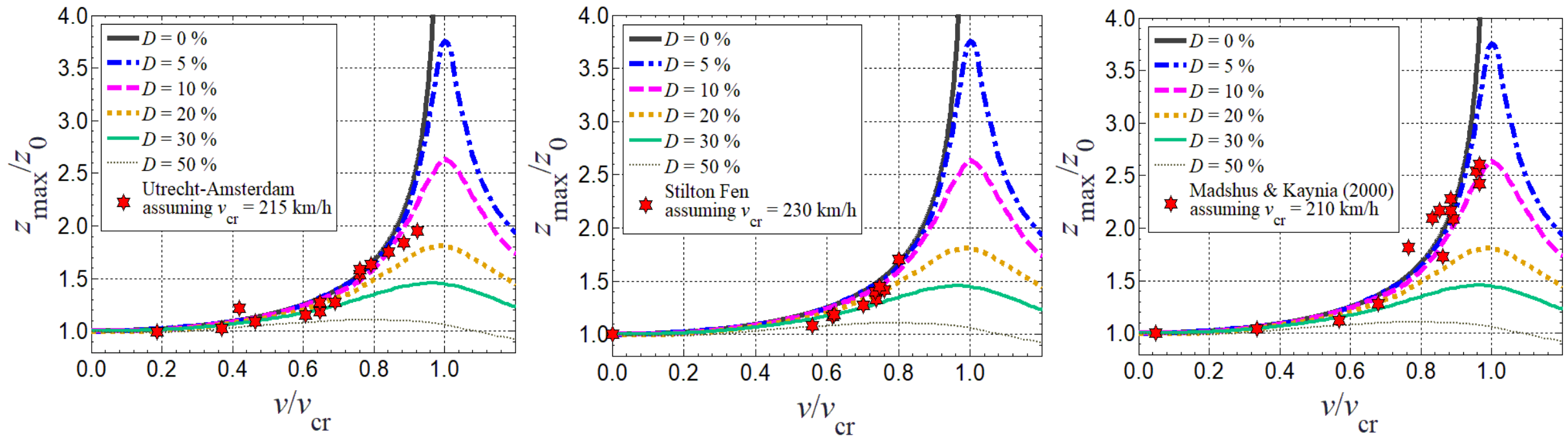
Incremento de la **necesidad de**
mantenimiento de la vía.



1. INTRODUCCIÓN AL FENÓMENO DE VELOCIDAD CRÍTICA

1.4. IMPLICACIONES

CURVAS TEÓRICAS DE AMPLIFICACIÓN DINÁMICA Y MEDIDAS TOMADAS IN SITU EN VÍAS REALES



Las medidas realizadas en vías reales coinciden con la predicción teórica para un amplio rango de velocidades de circulación, incluyendo velocidades próximas a la velocidad crítica, suponiendo razón de amortiguamiento ≈ 5 y 10 %.

1. INTRODUCCIÓN AL FENÓMENO DE VELOCIDAD CRÍTICA

1.4. IMPLICACIONES

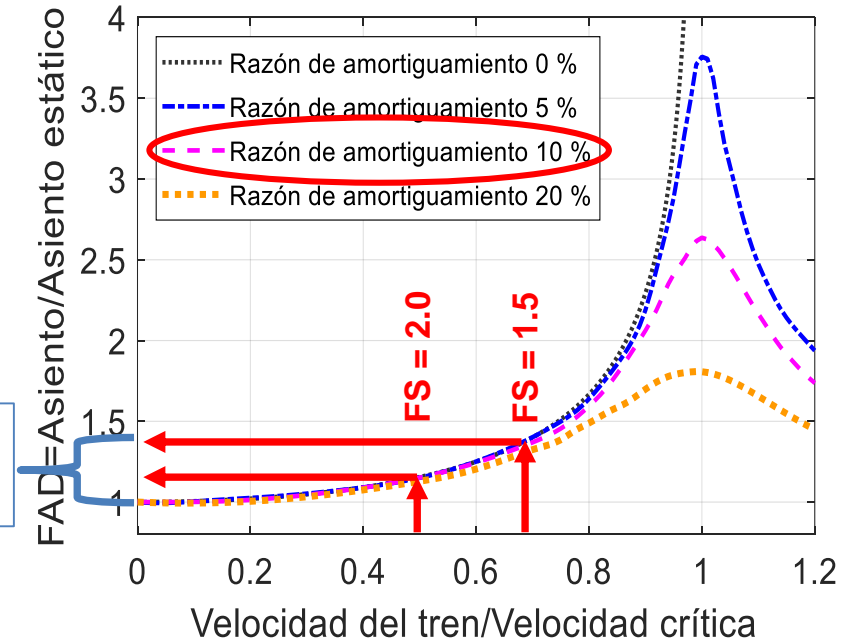
VELOCIDAD MÁXIMA DEL TREN

La **velocidad máxima** del tren ($v_{\text{máxima}}$) debe estar lo suficientemente **alejada de la velocidad crítica** ($v_{\text{crítica}}$), para evitar una gran amplificación dinámica.

$$v_{\text{tren}} \leq v_{\text{máxima}} = \frac{v_{\text{crítica}}}{FS}$$

Factor de Seguridad (FS):
Habitualmente entre 1.5 y 2.0

Desplazamientos
moderados



2. MÉTODO DE CÁLCULO DE LA VELOCIDAD CRÍTICA

2.1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

DIFERENTES ENFOQUES PARA EL CÁLCULO DE LA VELOCIDAD CRÍTICA

➤ Modelo de viga sobre cimentación elástica (BEF)

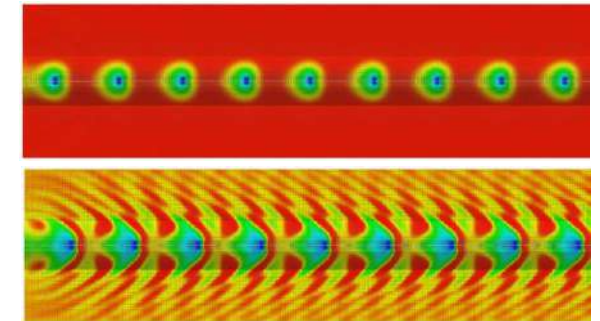
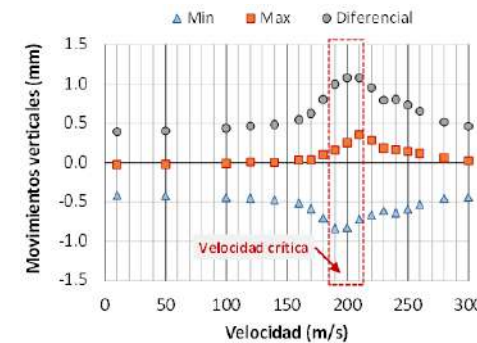
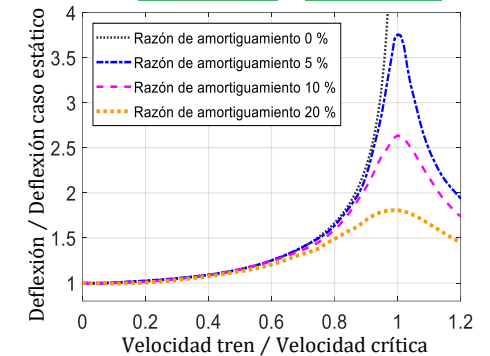
- Es un modelo clásico teórico.
- La velocidad crítica es la que proporciona amplificación infinita para amortiguamiento nulo.
- Este modelo presenta limitaciones para el objetivo de calcular la velocidad crítica.

➤ Modelos numéricos (FEM)

- Simulaciones dinámicas en 3D.
- Velocidad crítica \Rightarrow máxima amplificación dinámica.
- Conlleva un elevado tiempo de cálculo.
- Dependencia de un gran número de parámetros.

➤ Métodos basados en las curvas de dispersión de las ondas

- Tienen como base la causa del fenómeno de velocidad crítica (forma en que propagan las ondas superficiales de Rayleigh)
- El método desarrollado por el CEDEX, junto al Profesor Eduardo Kausel, presenta múltiples ventajas:
Tiene base matemática sólida, es fácil y rápido de usar, requiere pocos parámetros geotécnicos, es robusto y fiable.



2. MÉTODO DE CÁLCULO DE LA VELOCIDAD CRÍTICA

2.1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

PROCEEDINGS A

royalsocietypublishing.org/journal/rspa

Research

Cite this article: Kausel E, Estaire J, Crespo-Chacón I. 2020 Proof of critical speed of high-speed rail underlain by stratified media. *Proc. R. Soc. A* **476**: 20200083. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.2020.0083>

Received: 10 February 2020
Accepted: 1 July 2020

Subject Areas:
civil engineering, mechanical engineering

Keywords:
moving loads, high-speed rail, beam on elastic foundation, critical speed, track resonance

Author for correspondence:
Eduardo Kausel
e-mail: kausel@mit.edu



Proof of critical speed of high-speed rail underlain by stratified media

Eduardo Kausel¹, José Estaire² and
Inés Crespo-Chacón²

¹Department of Civil and Environmental Engineering,
Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, USA

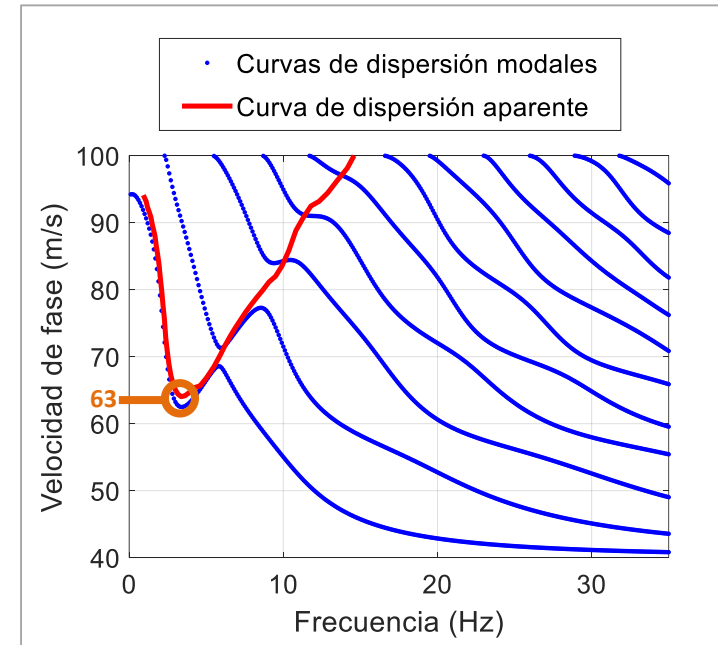
²Laboratorio de Geotecnia (CEDEX), Madrid, Spain

EK, 0000-0002-7196-1402

As is well known, the safe travel velocity of high-

Se demuestra matemáticamente que la velocidad crítica equivale a la velocidad de fase del menor de los mínimos locales de las curvas modales de dispersión.

one or more loads in motion.



En campo, sólo un experimento ideal proporcionaría todos los modos teóricos.

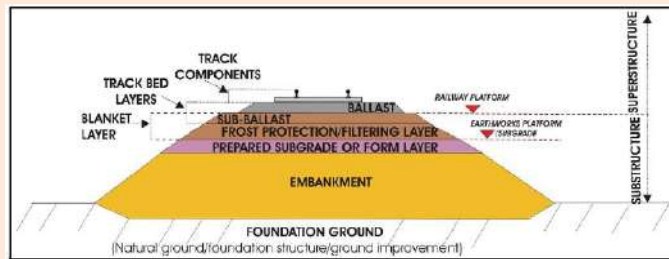
La **curva de dispersión aparente** es la que se obtendría **en campo con la técnica SASW**. Resulta de la superposición de los distintos modos.

La experiencia indica que se obtienen los **mismos resultados de velocidad crítica** con la curva aparente que con las curvas modales.

2. MÉTODO DE CÁLCULO DE LA VELOCIDAD CRÍTICA

2.2. PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

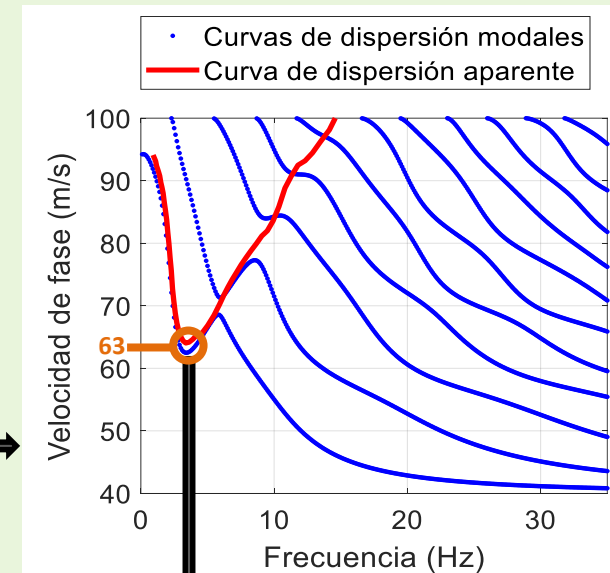
1. Obtención del modelo de capas de la sección:



Espesor, Velocidad de ondas S, Densidad, Coeficiente de Poisson y Razón de amortiguamiento de las capas

Layer 1	V_{s1}	ρ_1	ν_1	ζ_1	H_1
Layer 2	V_{s2}	ρ_2	ν_2	ζ_2	H_2
Layer 3	V_{s3}	ρ_3	ν_3	ζ_3	H_3
...					
Layer n-1	V_{sn-1}	ρ_{n-1}	ν_{n-1}	ζ_{n-1}	H_{n-1}
Layer n (Half space)	V_{sn}	ρ_n	ν_n	ζ_n	∞

2. Cálculo de las curvas de dispersión (curvas modales o curva aparente):

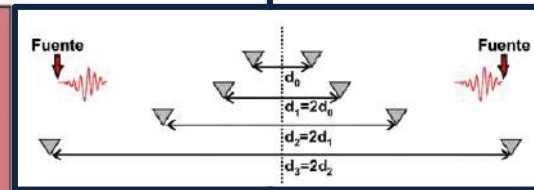
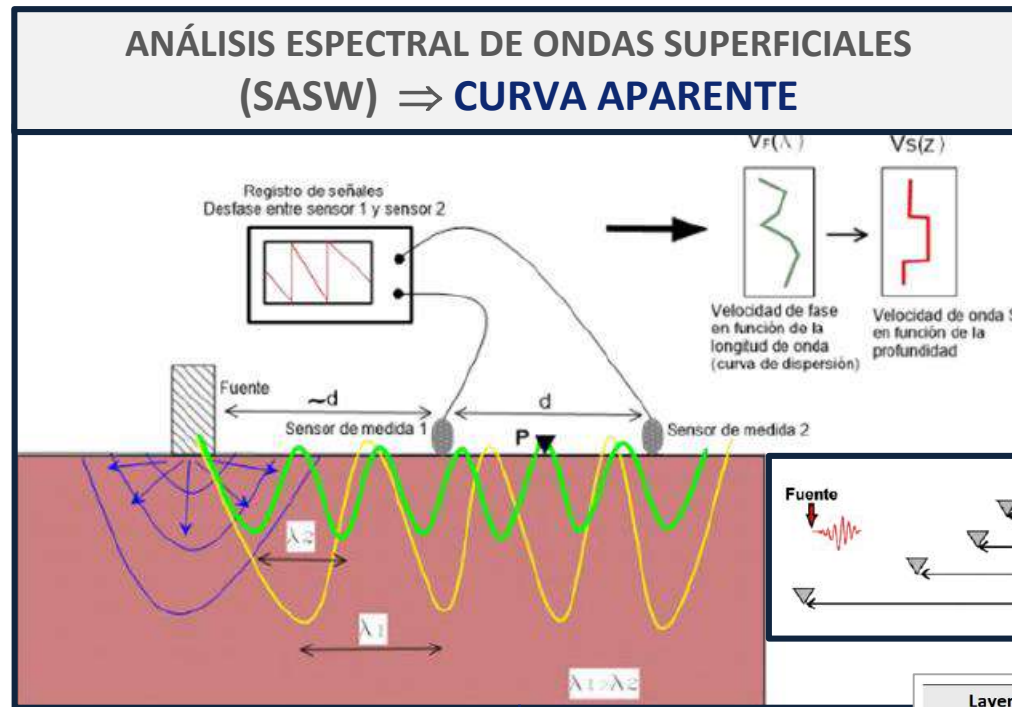


3. Obtención de la velocidad crítica:

Menor velocidad de fase de los mínimos locales de las curvas modales o mínimo de la aparente

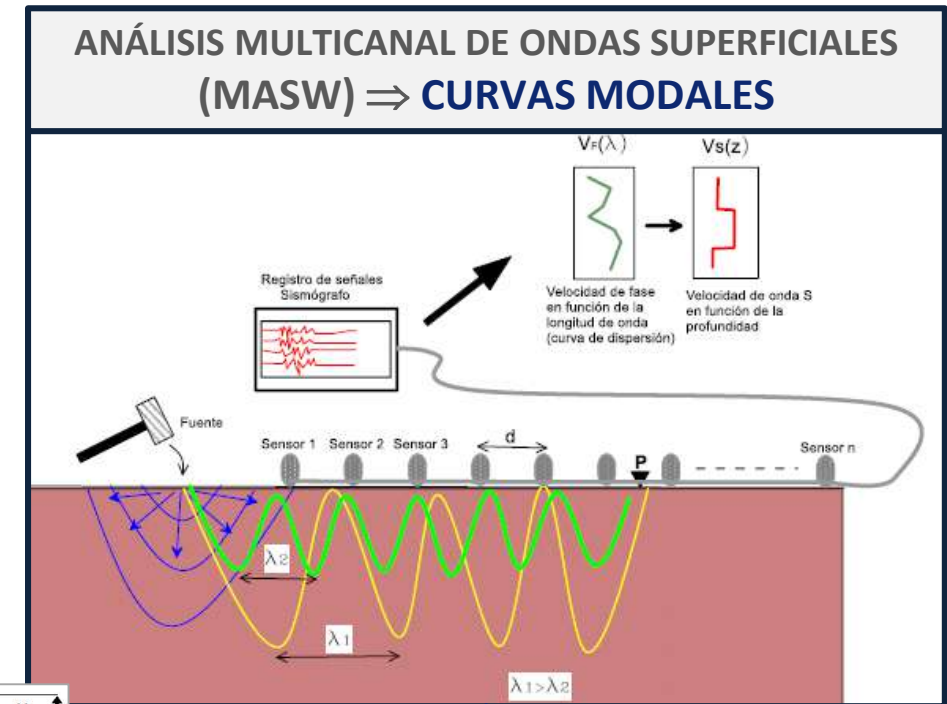
2. MÉTODO DE CÁLCULO DE LA VELOCIDAD CRÍTICA

2.3. OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS MEDIANTE MÉTODOS GEOFÍSICOS

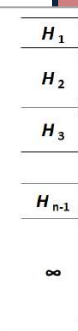


Proporciona los parámetros del modelo de capas de la sección ferroviaria

Layer 1	V_{s1}	ρ_1	ν_1	ζ_1
Layer 2	V_{s2}	ρ_2	ν_2	ζ_2
Layer 3	V_{s3}	ρ_3	ν_3	ζ_3
...				
Layer n-1	V_{sn-1}	ρ_{n-1}	ν_{n-1}	ζ_{n-1}
Layer n (Half space)	V_{sn}	ρ_n	ν_n	ζ_n



Proporciona los parámetros del modelo de capas de la sección ferroviaria

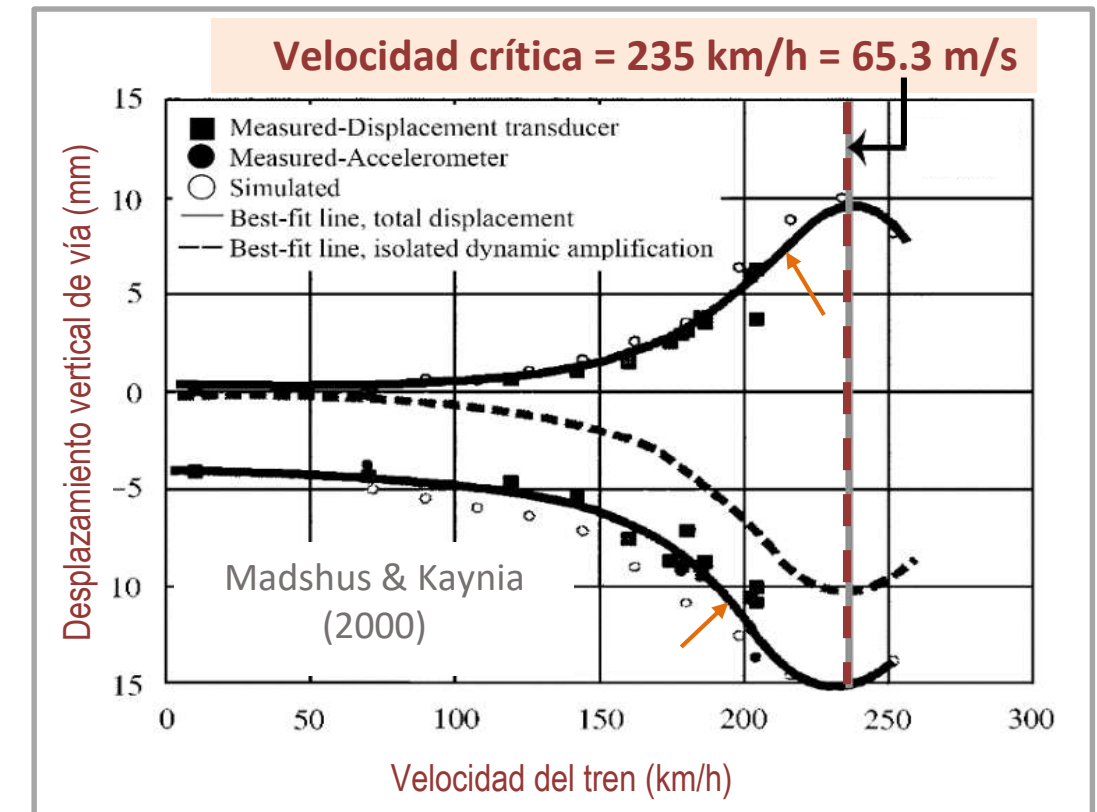
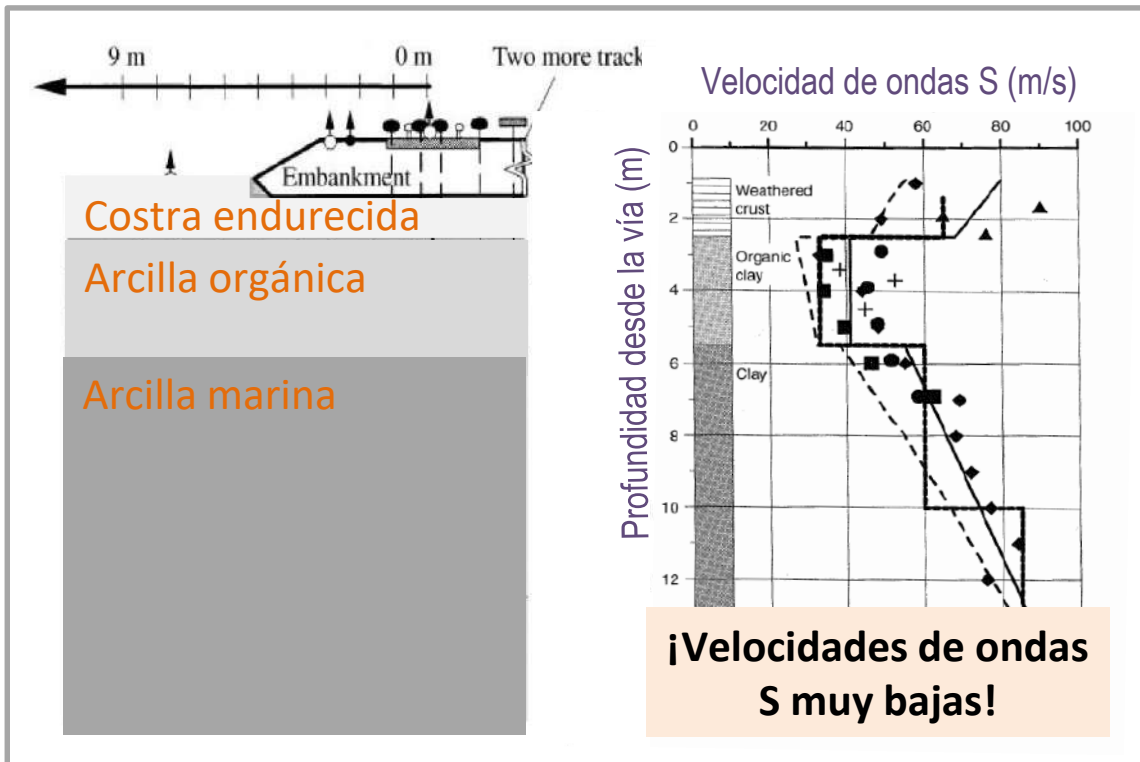


2. MÉTODO DE CÁLCULO DE LA VELOCIDAD CRÍTICA

2.4. VALIDACIÓN DEL PROCEDIMIENTO: CASO DE LEDSGARD

La Administración Nacional de Ferrocarriles de Suecia abrió un servicio con **trenes de alta velocidad X-2000** a lo largo de una línea **entre Gotemburgo y Malmoe en 1997**.

Se detectaron **vibraciones excesivas** del ferrocarril y suelo circundante durante el paso del tren a velocidades de **200 km/h (55.6 m/s)**, en varios lugares con **suelo blando**.



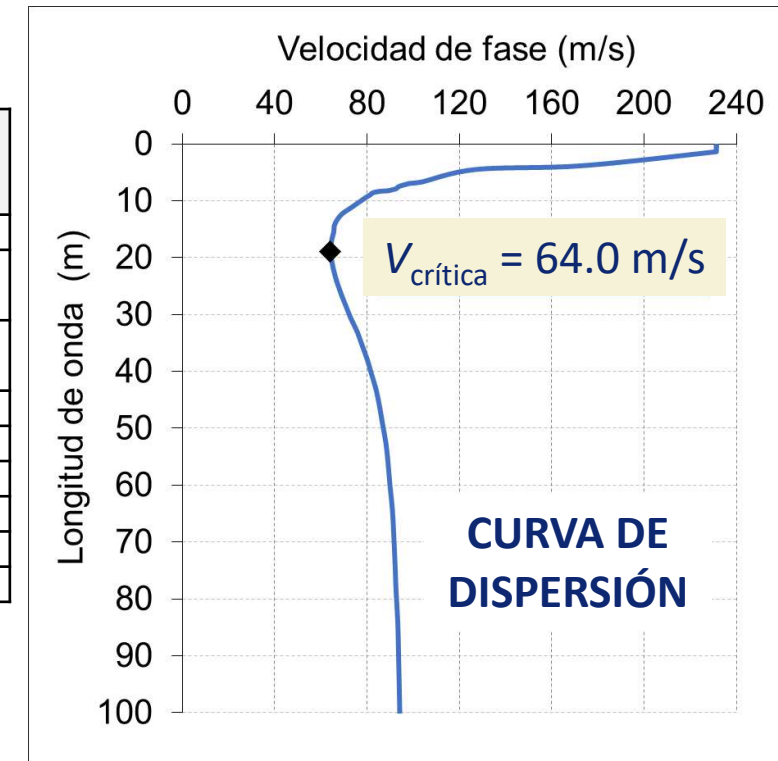
2. MÉTODO DE CÁLCULO DE LA VELOCIDAD CRÍTICA

2.4. VALIDACIÓN DEL PROCEDIMIENTO: CASO DE LEDSGARD

MODELO DE CAPAS

Capa	Espe- sor (m)	Velocidad de ondas S V_s (m/s)	Densida- d (kg/m ³)	Coefficiente de Poisson	Razón de amortiguamiento (%)
Terraplén	1.40	250.0	1800	0.25	5.0
Costra endurecida	1.20	60.0	1600	0.40	5.0
Arcilla orgánica	3.0	40.0	1500	0.45	5.0
Arcilla marina	2.0	59.5	1600	0.40	5.0
	2.0	68.5	1600	0.40	5.0
	2.0	77.5	1600	0.40	5.0
	2.0	86.5	1600	0.40	5.0
	2.0	96.5	1600	0.40	5.0

El resultado de velocidad crítica obtenido con este método concuerda con el deducido con el modelo numérico de Madshus y Kaynia (2000), que reproduce las medidas obtenidas en campo, siendo la diferencia entre ambos igual al 2 %.

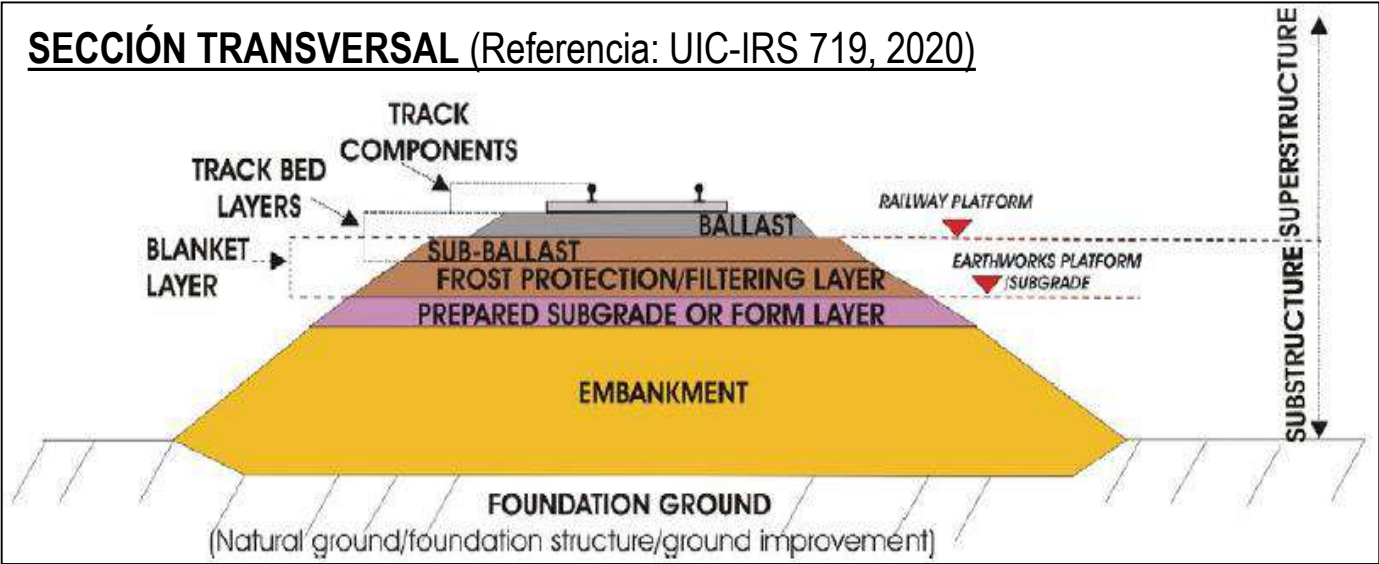


VELOCIDAD CRÍTICA	
ESTE MÉTODO DE CÁLCULO	MADSHUS Y KAYNIA (2001)
64.0 m/s = 230 km/h	235 km/h

Velocidad crítica de líneas de ferrocarril

3. APLICACIONES DEL MÉTODO DE CÁLCULO DE LA VELOCIDAD CRÍTICA

3.1. VELOCIDAD CRÍTICA DE UNA SECCIÓN TÍPICA DE ALTA VELOCIDAD EUROPEA



Capa	Espesor (m)	Velocidad de ondas S Vs (m/s)	Densidad (kg/m ³)	Coefficiente de Poisson	Razón de amortiguamiento (%)
Balasto	0.35	250	1600	0.25	5.0
Subbalasto	0.30	300	2300	0.30	5.0
Capa de forma	0.50	250	2200	0.30	5.0
Terraplén	3.00	275	2000	0.30	5.0
Suelo natural	∞	300 / 400 / 500	2100	0.30	5.0

Se analizan tres casos diferentes, representativos de suelos de calidad media/buena

Velocidad crítica de líneas de ferrocarril

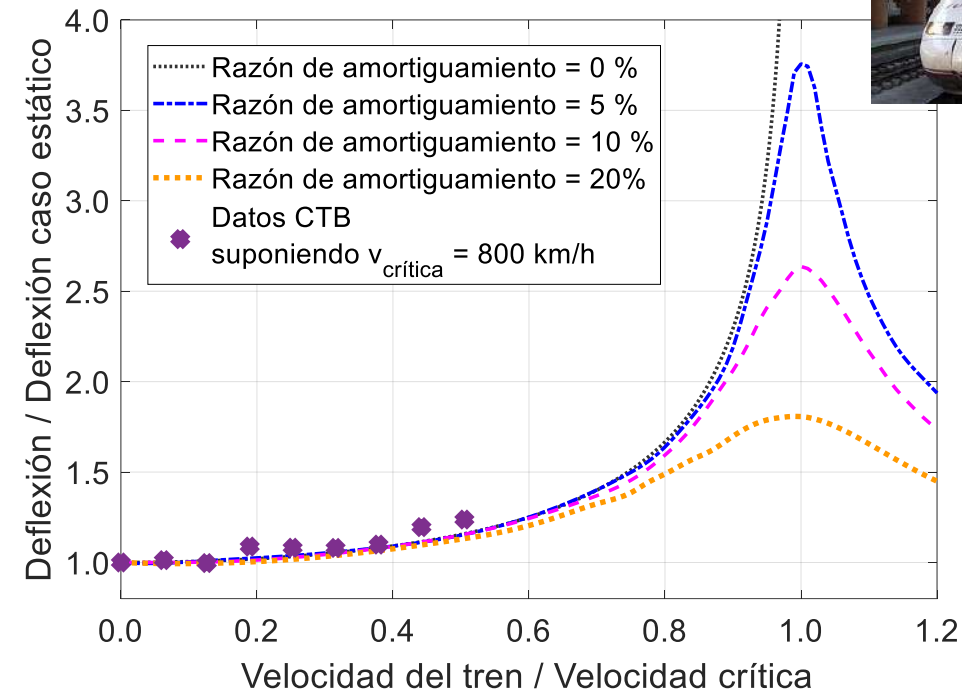
3. APLICACIONES DEL MÉTODO DE CÁLCULO DE LA VELOCIDAD CRÍTICA

3.1. VELOCIDAD CRÍTICA DE UNA SECCIÓN TÍPICA DE ALTA VELOCIDAD VALIACIÓN MEDIANTE MEDIDAS EN EL CAJÓN FERROVIARIO DEL CEDEX (CFC)

Instalación de ensayos a escala real



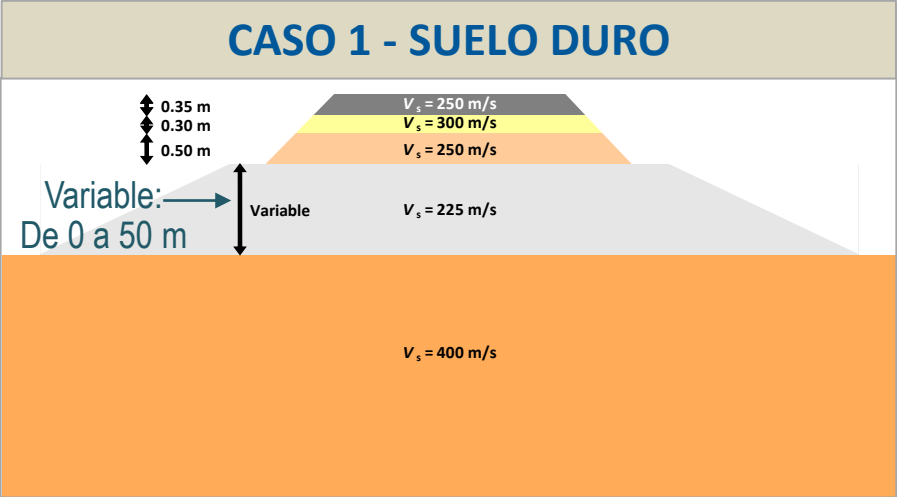
Simulaciones del tren tipo Alstom S-100 a nueve velocidades (desde 0 hasta 400 km/h, con incrementos de 50 km/h)



3. APLICACIONES DEL MÉTODO DE CÁLCULO DE LA VELOCIDAD CRÍTICA

3.2. INFLUENCIA DE LA ALTURA DEL TERRAPLÉN EN LA VELOCIDAD CRÍTICA

MODELO DE CAPAS

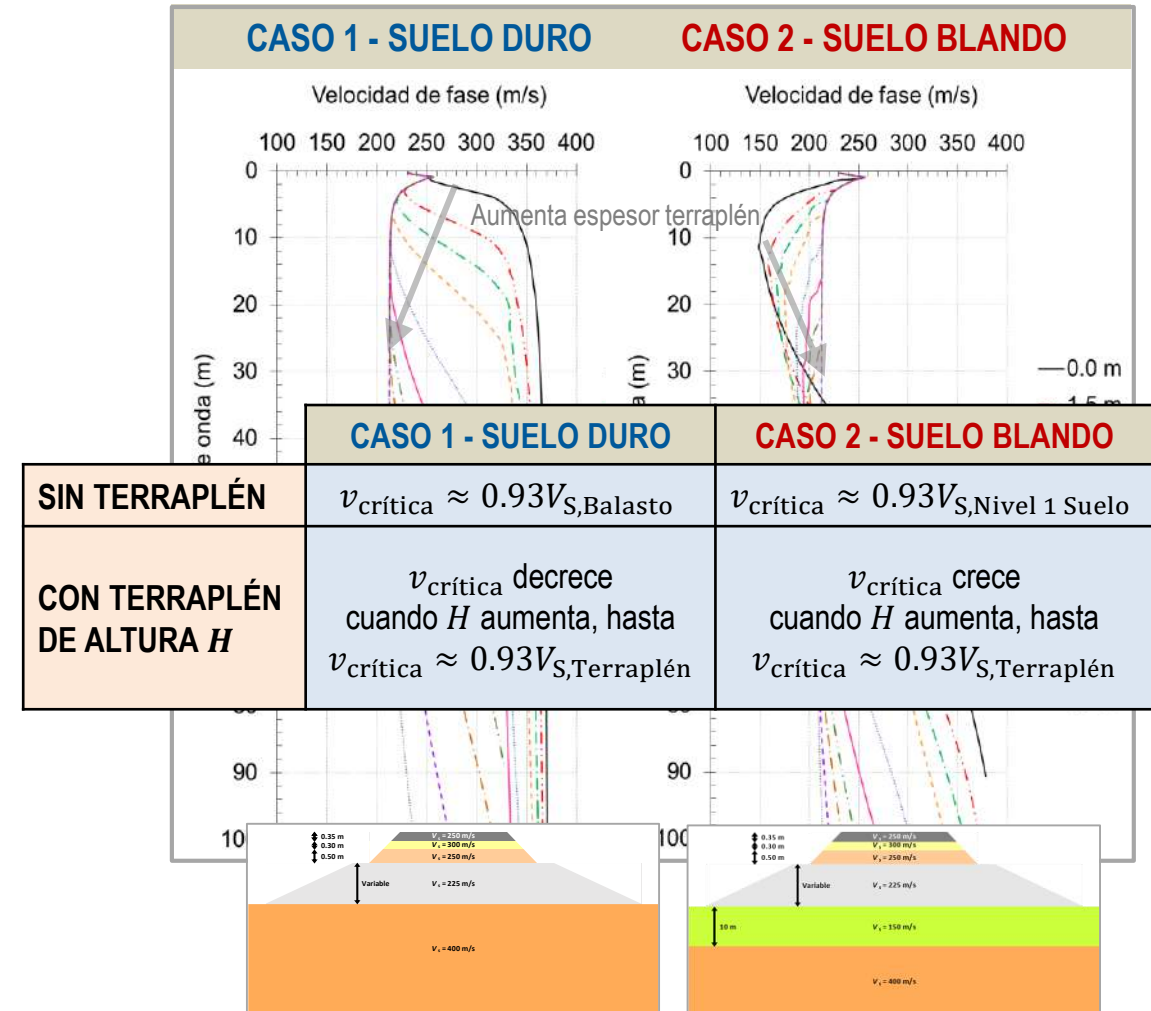
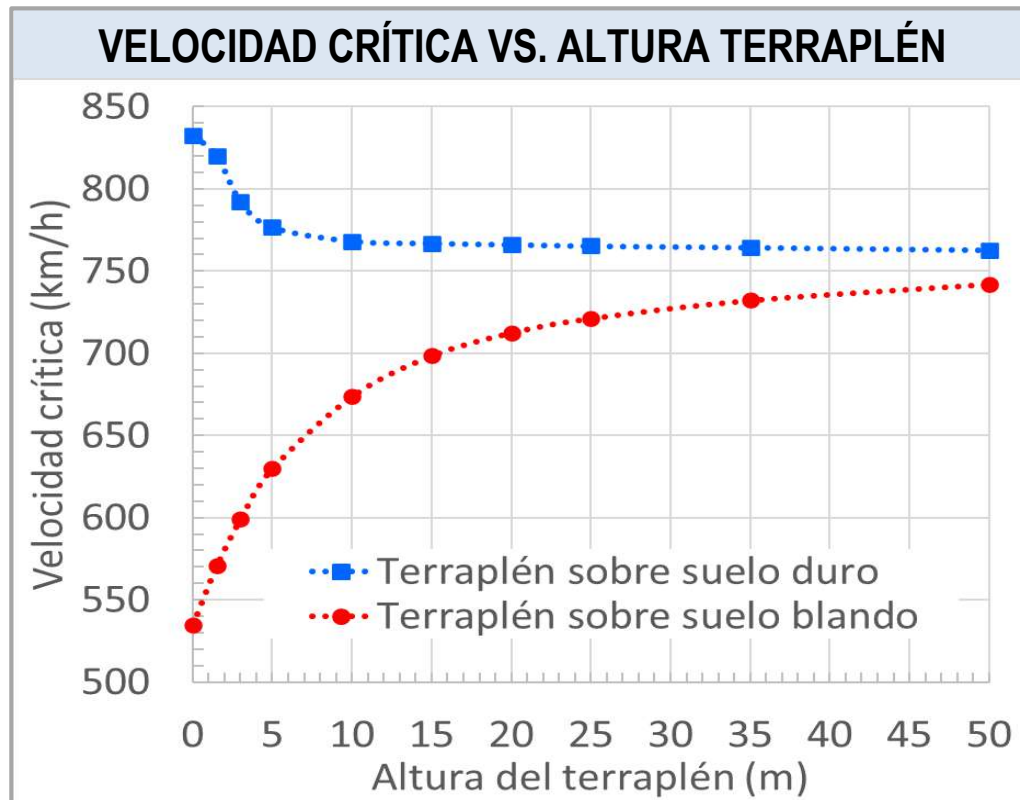


Capa		Espesor (m)	Velocidad de ondas S V_s (m/s)
Balasto		0.35	250
Subbalasto		0.30	300
Capa de forma		0.50	250
Terraplén		De 0 a 50 ¹	225
Case A) Suelo duro		∞	400
Case B) Suelo blando	Nivel L1	10	150
	Nivel L2	∞	400

3. APLICACIONES DEL MÉTODO DE CÁLCULO DE LA VELOCIDAD CRÍTICA

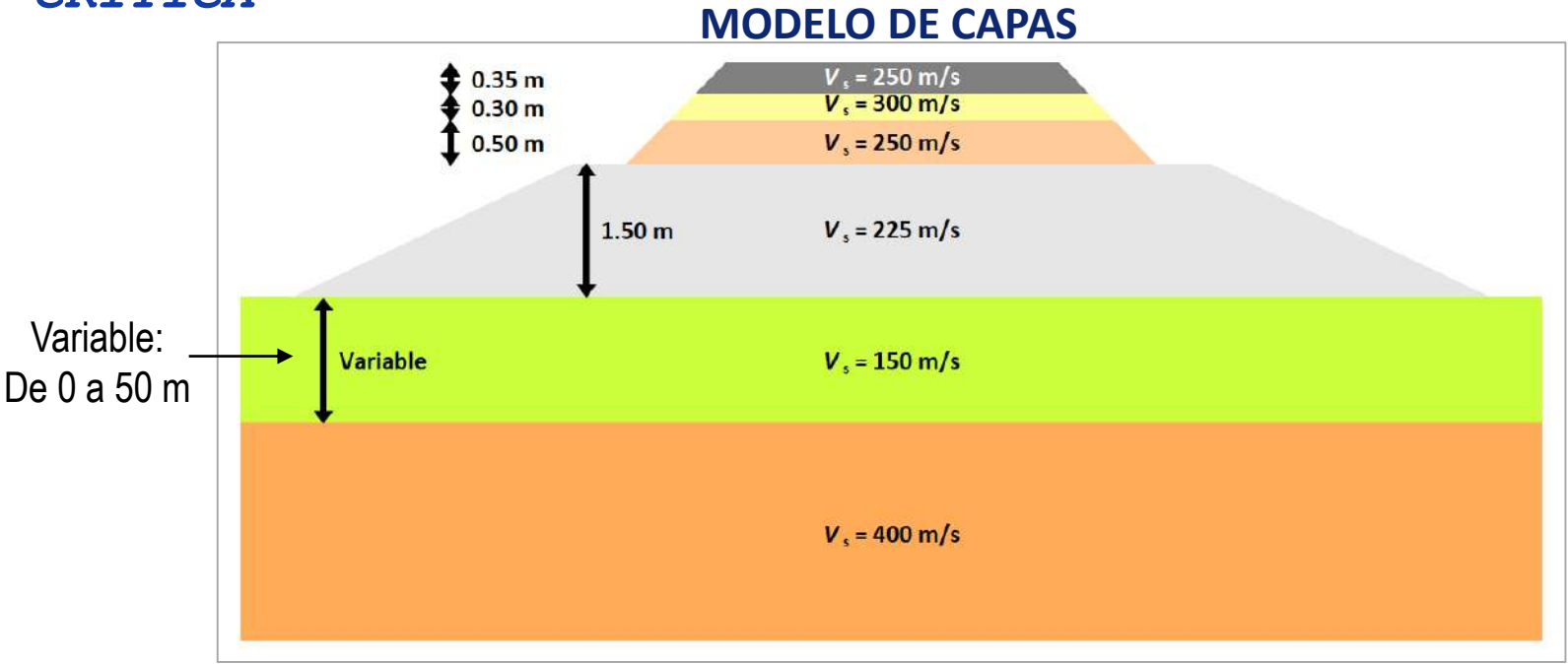
3.2. INFLUENCIA DE LA ALTURA DEL TERRAPLÉN EN LA VELOCIDAD CRÍTICA

CURVAS DE DISPERSIÓN Y VELOCIDAD CRÍTICA



3. APLICACIONES DEL MÉTODO DE CÁLCULO DE LA VELOCIDAD CRÍTICA

3.3. INFLUENCIA DEL ESPESOR DE UNA CAPA BLANDA EN LA VELOCIDAD CRÍTICA

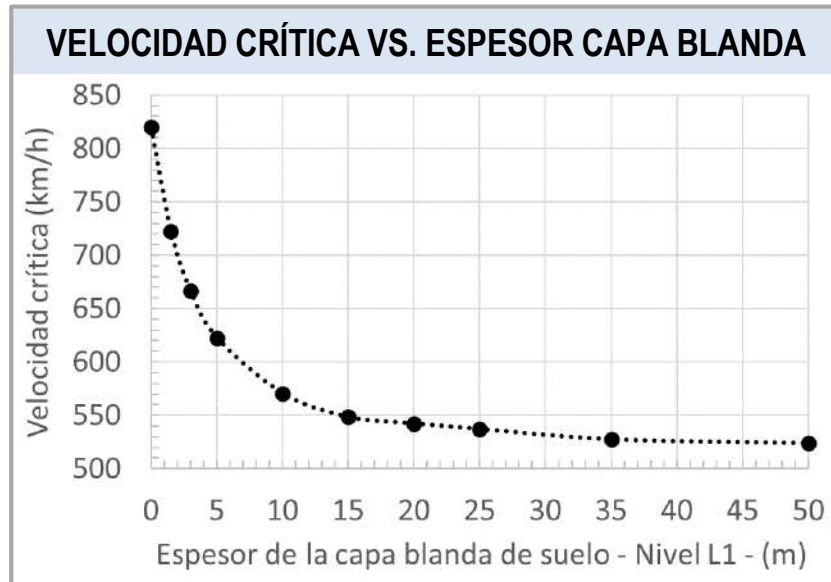


Capa		Espesor (m)	Velocidad de ondas S Vs (m/s)
Balasto		0.35	250
Subbalasto		0.30	300
Capa de forma		0.50	250
Terraplén		1.50	225
Suelo	Nivel L1 (con baja Vs)	De 0 a 50 ¹	150
	Nivel L2	∞	400

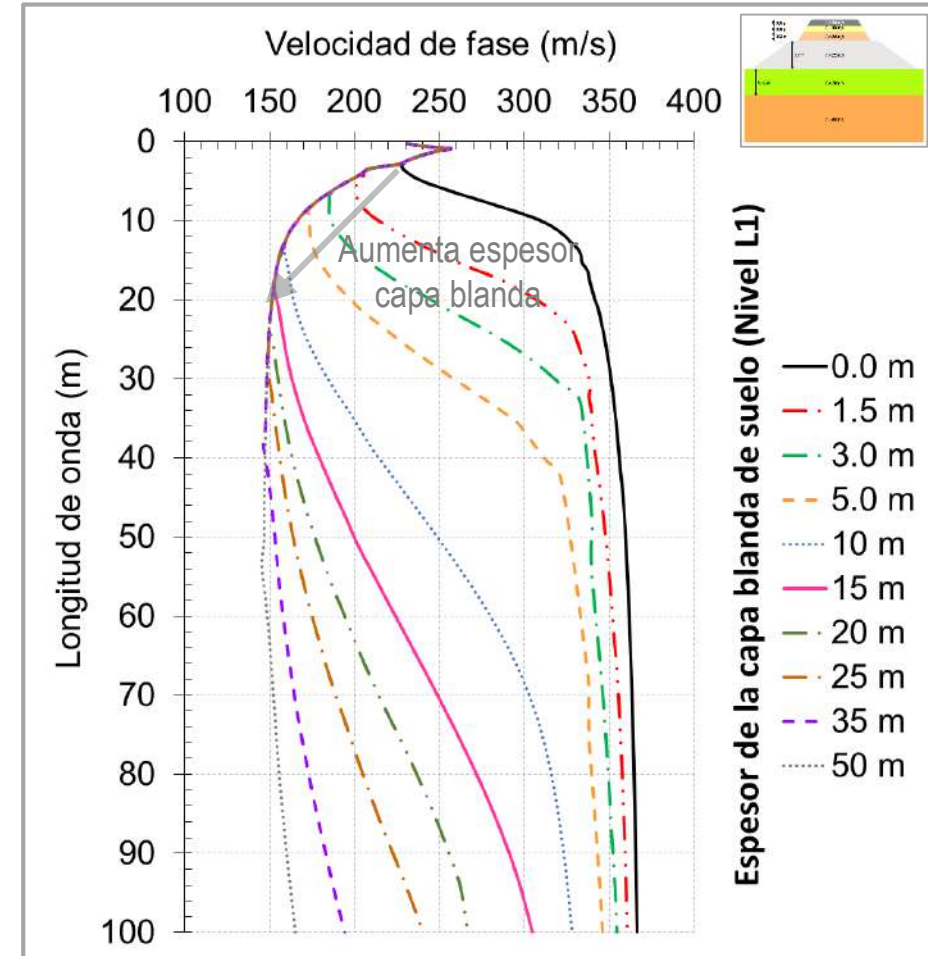
3. APLICACIONES DEL MÉTODO DE CÁLCULO DE LA VELOCIDAD CRÍTICA

3.3. INFLUENCIA DEL ESPESOR DE UNA CAPA BLANDA EN LA VELOCIDAD CRÍTICA

CURVAS DE DISPERSIÓN Y VELOCIDAD CRÍTICA



$v_{crítica}$ disminuye notablemente en presencia de una blanda de suelo y, según aumenta su espesor, tiende asintóticamente a $v_{crítica} \approx 0.93V_{s,Capa\ blanda}$





➤ Influencia de la geometría finita del terraplén y resto de capas superiores

- Al analizar esta cuestión, se obtiene: $v_{\text{crítica}}(\text{final}) = 0.95 \cdot v_{\text{crítica}}(\text{modelo teórico})$

➤ Influencia en la incertidumbre de los parámetros de entrada

- Parámetros con mayor influencia: espesor (H) y velocidad de ondas S (V_S).
- Para el terraplén y resto de capas superiores, H se conoce con gran exactitud.
- Un análisis preliminar de la influencia de la incertidumbre de V_S indica que:
 - $\Delta V_S(4 \text{ primeros metros del suelo natural}) \leq 20 \% \rightarrow \Delta v_{\text{crítica}} \leq 10 \%$
 - $\Delta V_S(\text{todo el suelo natural}) \leq 10 \% \rightarrow \Delta v_{\text{crítica}} \leq 10 \%$

➤ Influencia de la velocidad de ondas S de la capa de balasto

- $V_S(\text{Balasto})$ empleada en este trabajo = 250 m/s (balasto muy bien compactado).
- Desempeña un papel fundamental en la velocidad crítica en líneas sobre suelos de buena calidad geotécnica.
- El CEDEX está realizando medidas precisas de $V_S(\text{Balasto})$ en líneas de alta velocidad.

5. RESUMEN Y CONCLUSIONES



- ✓ El fenómeno de velocidad crítica puede presentarse tanto en líneas de alta velocidad como en líneas convencionales.
- ✓ Se ha desarrollado un método de cálculo de la velocidad crítica fiable y robusto:
 - Se ha **demostrado matemáticamente** (*Kausel, Estaire & Crespo-Chacón, 2020*).
 - Se obtienen **diferencias menores del 2 % entre los resultados de este método y los** derivados de medidas **experimentales** de amplificación dinámica en el caso de Ledsgard (*Estaire & Crespo-Chacón, 2024*).
 - Se obtienen **diferencias del orden del 5 % entre los resultados de este método** y los inferidos mediante **modelos numéricos dinámicos 3D** (*Moreno & Estaire, 2018*).
 - Los **resultados** de los casos analizados son **coherentes** con las tendencias esperadas.
- ✓ El método desarrollado para obtener la velocidad crítica es sencillo y rápido de usar.
- ✓ El método desarrollado para calcular la velocidad crítica necesita pocos parámetros geotécnicos:
 - Parámetros fundamentales: **espesor y velocidad de ondas S de cada capa (V_s)**.
 - Resto de parámetros: **densidad, coeficiente de Poisson y razón de amortiguamiento** de cada capa.

Por los trabajos sobre velocidad crítica, el CEDEX fue galardonado con el
Premio Talgo a la Innovación en Tecnología Ferroviaria en 2022

5. RESUMEN Y CONCLUSIONES



Por los trabajos sobre velocidad crítica, el CEDEX fue galardonado con el
Premio Talgo a la Innovación en Tecnología Ferroviaria en 2022

Compañeros del equipo del CEDEX encargado de los trabajos de velocidad crítica

- **José Estaire** (Responsable)
- Ángel Tijera
- Rubén Ruiz
- Javier Moreno
- Natalia Montero
- María Santana



Colaboradores

- **Eduardo Kausel**
- Vicente Cuéllar
- Julián Valerio

Otras entidades y profesionales

- DRAGADOS
 - Manuel Pita
 - Vicente Alberola
- ADIF



SEMINARIO SOBRE GEOTECNIA FERROVIARIA

CEDEX

Inés Crespo-Chacón

ines.crespo@cedex.es

PROCEEDINGS A

royalsocietypublishing.org/journal/rspa

(Publicado en 2020)

Research



Proof of critical speed of
high-speed rail underlain by
stratified media

Eduardo Kausel¹, José Estaire² and
Inés Crespo-Chacón²



Contents lists available at ScienceDirect

Transportation Geotechnics

journal homepage: www.elsevier.com/locate/tgeo



On the use of dispersion curves to determine the critical speed of railway
tracks. Application to case studies

José Estaire¹, Inés Crespo-Chacón

(Publicado en 2024)

CEDEX

Laboratorio de
Geotecnia



CEDEX_es



CEDEX



GOBIERNO
DE ESPAÑA

MINISTERIO
DE TRANSPORTES, MOVILIDAD
Y AGENDA URBANA

VICEPRESIDENCIA
TERCERA DE GOBIERNO
MINISTERIO
PARA LA TRANSICIÓN ECOLÓGICA
Y EL RETO DEMOGRÁFICO



CEDEX
CENTRO DE ESTUDIOS
Y EXPERIMENTACIÓN
DE OBRAS PÚBLICAS